

跨介巡航器水下运动数学建模

窦铭昊^{1a,1b,2}, 刘昀辰^{1a,1b,2}, 黄东岳^{1a,1b,2}, 王彪³, 窦丽华⁴, 陈杰^{1a,1b}, 陈本美²

(1. 同济大学 a. 上海自主智能无人系统科学中心; b. 自主智能无人系统全国重点实验室, 上海 201210; 2. 香港中文大学 机械与自动化工程学系, 香港 999077; 3. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016; 4. 北京理工大学 自动化学院, 北京 100081)



摘要: 跨介巡航器由于其巨大的应用潜力受到了广泛关注。对于几何结构复杂的跨介巡航器, 目前还没有被广泛接受的建模方法。本研究提出了一种多手段结合的建模方法, 建立了“同济飞鱼”水空两栖巡航器的完整数学模型。建模过程包含动力学和运动学的机理模型推导, 以及模型参数的确定。在参数确定过程中, 综合运用了基于计算流体力学的水动力仿真手段以及针对机械结构的实验辨识方法, 从而获得了完整的数学模型。

关键词: 跨介巡航器; 机理建模; 系统辨识; 计算流体力学; 水动力仿真

中图分类号: TP18

文献标识码: A

Mathematical Modeling of Underwater Motion for a Cross-medium Vehicle

DOU Minghao^{1a,1b,2}, LIU Xuchen^{1a,1b,2}, HUANG Dongyue^{1a,1b,2},
WANG Biao³, DOU Lihua⁴, CHEN Jie^{1a,1b}, Ben M. CHEN²

(1. a. Shanghai Research Institute for Intelligent Autonomous Systems; b. National Key Laboratory of Autonomous Intelligent Unmanned Systems, Tongji University, Shanghai 201210, China; 2. Department of Mechanical and Automation Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong 999077, China; 3. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 4. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Cross-medium vehicles have attracted extensive attention due to their potential of wide range of applications. At present, there is not a widely-accepted method to model the cross-medium vehicles with complex structures. This paper proposes a modeling approach combining multiple methods and tools, which is applied to obtain a mathematical model of an aquatic-aerial vehicle named TJ-Flying Fish. The work includes derive the first-principle model in kinematics and kinetics, and determine the model parameters. In the process of parameter determination, the hydrodynamic simulation method based on computational fluid mechanics and the experimental identification method for mechanical structure are used to obtain a complete mathematical model.

Key words: Cross-medium vehicles; first-principle modeling; system identification; computational fluid dynamics (CFD); hydrodynamic simulation

1 引言

水空跨介巡航器是一种能在空气和水之间自由穿梭的新型载具。与传统的航空器或潜航器相比, 水空跨介巡航器具有更广阔的运动空间和更好的环境适应性。在空中的运动能力保证了跨介巡航器的机动性, 水下的运动能力则大大扩展了其应用范围,

实现水下和空中的交互, 满足海洋检修、跨域通信等方面的需求。与现有的航空器、潜航器多载具协同配合完成任务的方式相比, 应用跨介巡航器可以单一机种完成任务, 降低成本, 并具有更高的环境适应性。

收稿日期: 2023-04-19

作者简介: 窦铭昊(1997-), 男, 吉林四平人, 研究生, 主要研究方向为系统辨识等; 刘昀辰(1996-), 男, 云南昆明人, 研究生, 主要研究方向为跨域无人平台等; 黄东岳(1996-), 男, 广东梅州人, 研究生, 主要研究方向为水空无人系统等; 王彪(1975-), 男, 辽宁铁岭人, 博士, 副教授, 主要从事视觉导引与自主飞控等方面的教学与科研工作(本文通信作者, Email: wangbiao@nuaa.edu.cn)。

近年来,已经有许多科研团队在跨介巡航器机械结构设计方面进行了多种尝试。文献[1]对近些年的各种跨介巡航器设计进行了详细的调研工作,根据推进方式的不同,这些设计分为固定翼式水下滑翔机^[2]和多旋翼式跨介巡航器^[3-6]。其中,水下滑翔机是较早出现的水空两用载具,这类载具的设计思路比较一致:其空中运动模态与固定翼飞机一致,水下运动模态则类似潜航器。文献[7]对固定翼式水下滑翔机进行了设计和实验工作,通过对水下、空中和跨介运动过程航行数据的定量分析,从控制响应和能量消耗等角度分析了载具性能,分析结果验证了这种固定翼式水下滑翔机的设计合理性。在此基础上,也有一些设计通过改进机械结构来提高载具性能。文献[8]在水下滑翔机的结构中加入了浮心控制装置,这种装置在水下环境中生效,可以对恢复力和力矩进行调节,使得俯仰运动更加灵活,增加载具的机动性。目前,该研究团队已经实现了所设计的水下滑翔机的全自动控制,并已开始对原型机的机械设计进行优化,进行了不同结构的跨介巡航器模型分析和实验测试的工作^[9],经过不断对系统的优化迭代,显著提升了系统鲁棒性以及各项机动性能^[10]。

除了上述固定翼式水下滑翔机的设计,也有一些研究对多旋翼式跨介巡航器进行了设计和控制,所设计的载具布局、动力系统与空中多旋翼无人机较为类似。然而,由于介质物理性质的巨大差异,由匹配的桨叶和电机等组成的空中推进系统在水下工作的效率较低,如何在常规多旋翼无人机的基础上进行推进系统的改良是这部分设计研究的难点和重点。改进推进系统的整体结构,设计出同时满足水下和空中2种环境中运动需要的推进系统也就成为了大部分研究的核心。文献[11]在传统四旋翼无人机布局的基础上增加了桨叶数量,设计出基于多旋翼的混合推进系统,简化了水下平移运动的复杂性。文献[12]在传统四旋翼无人机布局的基础上,加入了与文献[8]相似的浮心控制系统,并通过连续的跨介航行实验验证了这种改进方式的合理性。文献[13]在多旋翼式跨介巡航器中加入了舵机驱动的转臂机构,改变了旋翼系统产生的驱动力方向。该载具采用齿轮传动的结构设计,驱动所有机臂同步倾转,并设计了相应的倾转策略^[4]。这种设计使得推进力方向更接近运动方向,水下六自由度运动的强耦合性得到改善。此外,为了提高水下工作效率,该研究组还探究了多旋翼式跨介巡航器的桨叶选型问题,对跨介巡航器的推进系统进行了改良^[14]。

为了进一步减弱水下运动的强耦合效应,由本

研究组设计并研发的“同济飞鱼”跨介巡航器应用了全新设计的推进系统^[6]。为了同时满足空中和水下的驱动需求并尽可能提高硬件结构集成度,本研究组开创性地设计出同时满足水下和空中推进需求的水空跨介推进单元。利用行星齿轮正反转传动比不同的特性,成功实现水下、空中2种环境的一体化设计。此外,该跨介巡航器采用4个独立倾转的推进单元提供动力,在文献[4]的基础上进一步减弱了水下运动中角运动和线运动的耦合性,具有广阔的研究和应用前景,后续的全自动控制设计等正在进行中。为了实现跨介巡航器的自动控制和仿真,需要对载具的运动学和动力学进行准确的分析。因此,建立准确的数学模型对跨介巡航器的研究具有重要意义。

本文针对“同济飞鱼”跨介巡航器水下运动场景,建立完整的机理模型,并完成模型参数辨识工作。第2节讨论相关建模技术与方法,并结合现有条件进行建模手段的选择。第3节对建模对象的机械结构、驱动方式进行简要介绍。第4节进行机理模型推导,明确模型结构以及全部待辨识参数。第5节描述主要参数的计算或辨识过程。第6节对本文工作进行简单总结。

2 相关建模技术分析

跨介巡航器的数学模型可分成2部分讨论:推进单元的动力学模型和跨介巡航器的整机动力学及运动学模型。目前,多种跨介巡航器设计都依靠旋翼机构提供动力,在本研究组设计的载具中被称为水空跨介推进单元,其动力学特性影响着整个跨介巡航器系统的性能。跨介巡航器的整机动力学与运动学模型描述的是在合外力的作用下,载具产生的位置和姿态的相应变化,将这部分模型与推进系统模型结合,就可以得到从控制输入到相应运动的动态关系,依此可进行模型分析和运动预测。

根据跨介巡航器的工作特点,主要包括空中和水下2种工作模式的数学建模。由于所设计的跨介巡航器在空中运动模式下与常规四旋翼飞行器相同,相关研究已经比较深入,可以满足现阶段跨介巡航器的建模需求,因此本篇不再赘述,此处主要讨论跨介巡航器水下运动模式的建模工作。

2.1 跨介推进单元的动力学建模

跨介推进单元作为跨介巡航器的执行机构,对其进行准确的动力学描述是非常重要的。推进单元的推进作用源自旋翼在流场中的旋转运动,产生流场变化,进而产生推力和扭矩。流体力学中对相关现象已经进行了完整的理论分析^[15],也建立了相应

的机理模型。但是,这种流体力学模型虽然精准却过于复杂,难以直接用于控制设计。因此,推进单元建模的重点是兼顾准确性和实用性的模型简化。普通潜航器的推进单元通常由电调、电机、桨叶及涵道等组成。电调接受控制信号操纵电机驱动减速器以及桨叶旋转,产生推力和反扭矩,作用于跨介巡航器。因此,建立推进单元模型就是准确描述控制输入信号到推力和反扭矩之间的动态数学关系,其他部分可以适当省略。

螺旋桨推进器在水下的应用非常广泛,大量用于各类潜艇、潜航器等载具的驱动中。相应的动力学建模研究也进行了几十年,提出了多种结构模型。文献[16]于1990年提出一种可用于控制的推进单元动力学模型,并论述了推进单元建模精确性对潜航器运动控制的重要性。文献[17]提出一种推进单元的水动力模型,螺旋桨产生的推力和扭矩可简化为桨叶转速的方程。文献[18]通过动力学推导,将推进单元产生的力和力矩转化为垂直桨叶方向上的升力和阻力的组合,并把桨叶模型与电机模型组合,提出完整的推进单元动力学模型。此后,文献[19]中,该研究组将这个模型的动力学预测效果与忽略电机特性后的预测效果对比。瞬态和稳态实验数据表明,简化后的模型可以较为准确地描述推进单元的推力和扭矩变化,提出了简化电机动力学的建议。

在后续的一系列研究中,有研究在推进单元模型中加入周围流场相关的物理量。文献[20]在模型中引入轴向水流速度,提高了推力和扭矩的预测效果,这种模型需要用流速计对模型中的状态量进行实时测量,对于负载能力较小的潜航器难以直接利用。也有研究利用观测器获得周围流场速度,降低了对传感器的依赖。文献[21]提出一种利用非线性观测器(nonlinear observer, NLO)估计水下非线性动态变化的推进单元建模方式,通过加入观测器估计桨叶中心轴向流速,并加入由轴向流速组成的非线性部分来提高模型预测效果。在文献[22]中,对几种不同的水下推进单元模型的预测效果进行了对比,包括NLO、扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)等方法,在实验过程中,利用力和扭矩传感器记录推进单元的受力情况,并利用声学多普勒测速仪测量桨叶轴向方向流体速度,与简化模型相比,观测器的加入可以减小预测误差。

上述研究中提出的模型可以作为对旋翼式推进单元产生推力、反扭矩建模的参考。

2.2 跨介巡航器的整机运动建模

为了建立跨介巡航器完整的水中模式运动模

型,需要分析跨介巡航器在水下的受力情况,主要包括:惯性力、水下阻尼力、恢复力、附加质量力和推进单元作用力以及相应的力矩。其中,惯性力、推进单元作用力以及相应的力矩是与载具机械结构直接相关的,成因与传统载具一致,在此不再赘述。由于水作为流体具有不可忽略的粘性,水空跨介巡航器穿过水体过程中会受到相应的阻尼力。此外,水下运动还受到附加质量现象的影响。跨介巡航器水下运动过程中会不断排开载具周围的水。在非匀速运动中,巡航器周围的流体由于惯性会产生形变,这种形变会在巡航器表面产生压强变化,进而产生附加质量力。另外,由于水下环境中的浮力不可忽略,以及浮心、重心的相对位置差异,因此在数学模型中加入了恢复力以及相应的力矩来描述这种动力学现象。

关于这部分的机理模型,文献[23]提出了一种六自由度运动方程的描述形式,这也是目前潜航器建模中应用最为广泛的模型形式。该文献提出的模型考虑了潜航器在水下环境的复杂受力情况,并整理成状态方程的形式,有利于控制设计。在很多研究中都应用了这种模型结构,其合理性得到了广泛验证。因此,在本文的跨介巡航器运动建模工作中,将会以这种结构为基础,并进行相应的参数计算。

文献[23]提出的模型充分考虑潜航器的动力学,引入了大量的水动力参数,对于不规则的几何体,这些参数的获取存在困难。为了计算这些参数,目前已知的方法包括:实验辨识、经验公式、数值模拟。实验辨识的方法已有几十年的研究历史,文献[24]在1986年对“DOLPHIN 3K”潜航器进行系统辨识,估算模型参数,其中用到了一种平面试验机构(planar motion mechanism, PMM)。PMM的原理是对潜航器进行牵引,使其在水下产生特定的动作并记录加速度等数据,进而对附加质量等参数进行辨识。这种实验辨识的方法应用在许多潜航器的建模工作中。文献[25]对某型号潜艇进行了牵引实验、阻力实验和静态实验,对相关实验方法进行了详细描述。在牵引实验中,潜艇受到PMM引导进行正弦轨迹的运动,过程中实验装置记录了潜艇在各方向上的受力情况,并依此对潜艇模型进行辨识。在阻力实验中,潜艇进行匀速运动,并记录所受阻力情况,用于辨识阻尼系数。在静态实验中,控制潜艇朝向,使之与来流产生一个固定的迎角并做匀速运动,记录的数据用于辨识潜艇相关的动力学参数。这种利用PMM的辨识方法可以对复杂结构的潜航器进行建模,可靠性较高。

PMM平台的搭建和相应的一系列实验需要昂贵的成本,小型科研型潜航器样机的建模则需要一种高效率、低成本的建模方法。改进实验的一个思路是只利用潜航器自带的传感器进行数据采集并建模,使辨识实验得到简化。文献[26]利用简化PMM实验的思想对某开放式潜航器进行建模。首先,对推进单元进行辨识,得到其动力学模型。然后,在整机辨识实验中,通过潜航器搭载的多普勒速度计(Doppler velocity log, DVL)获取载具速度数据,利用惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)记录俯仰、横滚、偏航的角度和角速度。接着,利用推进单元模型预测作用在潜航器上的力和力矩,并视为潜航器运动模型的输入。最后,以文献[23]提出的模型结构为基础进行简化,并利用最小二乘法对模型参数进行了辨识和验证,在运动估计上效果较好,基本可以与实验数据相吻合。

文献[26]的实验辨识思路对于本文的研究有很好的启发作用。但是,其使用的潜航器不涉及空中部分,因此,可携带的载荷比本文的跨介巡航器大很多。该研究至少用到了3个DVL和其他一系列传感器,这种负载能力对于目前的“同济飞鱼”跨介巡航器是不现实的。因此,需要开发一种利用更少传感器的辨识实验方法。文献[27]提出了一种在线的潜航器参数辨识方法,并在“Seabotix LBV150”潜航器上进行应用。这种方法利用IMU和视觉上的光流法来得到位姿及其速度和加速度信息,减轻了所需负载。该方法结合潜航器的运动特点进行模型化简,得到了用于辨识的估计模型。在线辨识实验中,文献[27]在潜航器上应用了一套PD控制算法,保证潜航器可以正常运动,之后利用在线辨识和约束最小二乘法对待估计参数矩阵进行迭代计算。在实验验证部分,应用了一种基于辨识模型的PID控制算法和无模型PID控制算法。根据实验结果比较,基于模型的算法控制下的运动与期望值更为贴近,控制效果更好。这种方法减少了对传感器的依赖,提高了对不同潜航器建模时的可复现性。这种方法中提出的估计模型对于离线或在线的参数辨识都可以应用,类似的思路也可以用于本文的跨介巡航器,有重要的启发作用。

除了实验辨识的方法,也有一些利用经验公式建立数学模型的尝试。这种方法虽然可以用于建模,但是经验公式的结构与潜航器的外形有关,四旋翼布局的潜航器暂时没有经验公式可以参考,因此不做过多叙述。

数值模拟的参数计算方法是指利用计算流体力学(computational fluid dynamics, CFD)技术模拟潜

航器在水下的运动流场,进而对模型参数进行计算。这种方法适用于各种结构的潜航器,并且已经得到了广泛应用。文献[28]利用Star CCM+流体仿真软件对四旋翼布局的“Haizhe”潜航器进行了运动仿真,并解算了模型参数。该研究首先以文献[23]中的模型为基础,对“Haizhe”模型结构进行了分析和简化,此后模拟了潜航器受到恒定外力和外力矩的过程,记录了潜航器速度随时间的变化情况以及潜航器的受力情况。依据速度变化解算加速度并依此对附加质量、水下阻尼等水动力参数进行计算,建立了完整的水下动力学模型。

中国海洋大学的杨睿团队也利用数值模拟的方法对一种低速潜航器“CISCREA”进行了建模^[29]。这种潜航器的形状较为复杂,不是常规的流线型结构,对本文的建模工作有借鉴价值。在“CISCREA”建模工作中,利用ANSYS-CFX软件计算水下阻尼系数。在附加质量的计算中,杨睿团队利用WAMIT和MSS这2种软件分别进行仿真计算并对比计算结果,2种计算结果基本一致,证明了所建立模型的准确性。除了仿真,也进行了实验验证,进一步证明了这种建模方法的可行性。目前的CFD仿真方法可以对水下载具的匀速、变速的线运动及角运动进行仿真,并记录运动中载具的受力情况,水下阻尼、附加质量等现象在仿真过程中有所体现。因此,这种方法适用于“同济飞鱼”跨介巡航器的建模工作。另外,由于本文的跨介巡航器结构并不规则。因此,在后续的工作中,这项研究对本文有着重要的参考价值。

3 “同济飞鱼”跨介巡航器简介

由于“同济飞鱼”采用了一些特殊的设计,为明确建模对象特点,本节概述其主要特征,详细设计参见文献[6]。

3.1 整体结构布局

“同济飞鱼”跨介巡航器如图1所示,总体上采用四旋翼布局,相邻旋翼对旋,尽量抵消反扭矩,但4套推进单元可以绕各自机臂轴独立旋转,同时对浮心位置与排水体积进行了一定的精心设计。建模中以旋翼朝前为 0° ,向上为正 90° ,向下为负 90° ,最大转角可达正负 180° 。于是,4套转臂机构与4套推进单元一起,构成了“同济飞鱼”空中、水中一体化的全矢量推进系统。空中飞行时,呈常规四旋翼无人机状态或全矢量四旋翼操纵状态,相关建模成果已有较多文献描述,因此,本文后续不再赘述。水中下潜、上浮和巡游时旋翼轴可以根据需要倾转到合适的角度,以利于水中运动,与空中状态的差别之一是重力被浮力大致抵消,因此,机臂倾转范

围可以更大。机体中部半球形透明密封舱内安置飞行控制器等航电部件，电调、电池置于其下部，使得机体重量尽可能集中于机体中部。

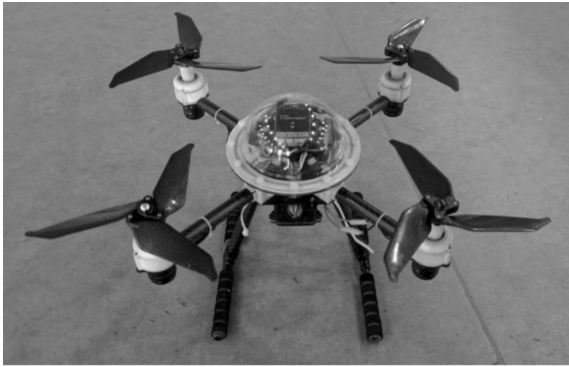


图1 “同济飞鱼”跨介巡航器
Fig. 1 TJ-FlyingFish cross-domain vehicle

3.2 水空跨介推进单元

为了在空中和水下环境中同时获得较好的推进性能，推进单元进行了专门设计。所设计的推进单元由电调、电机、减速器和旋翼组成，其外形如图2所示。

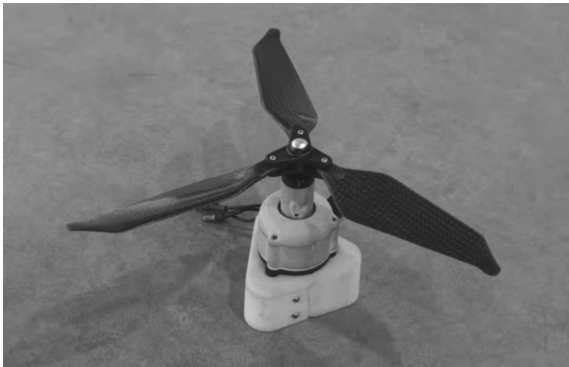


图2 水空跨介质推进单元
Fig. 2 Aerial-aquatic propulsion unit (AAPU)

首先，推进单元中加入了行星齿轮传动结构的减速器，这种结构的加入在小型旋翼驱动无人机的推进单元设计方面是首次尝试，实践证明成功地满足了应用需要。引入该减速器的主要目的是为了实现空中与水下有2种不同的转速状态，以同时满足空中的高转速需求和水中的低转速需求。

其次，空中状态和水下状态对旋翼的桨叶实度等要求也是互相矛盾的，上述仅仅变速的手段还不能很好地满足水空跨介质的应用需要。因此，本文又利用水中阻力较大的特点，通过合理铰接桨叶，使得在水中转动时，旋翼桨叶呈收缩状态，减小了桨盘面积、增加了桨叶实度；同时，由于空气阻力较小，利用高速旋转形成的离心力在空中时使得桨盘展开，增大了桨盘面积、降低了桨叶实度。空中和水下模式的桨盘状态如图3所示。

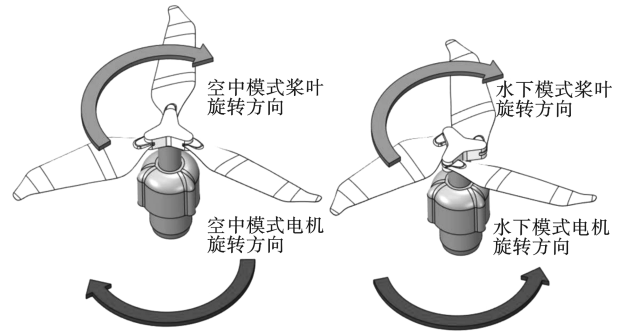


图3 空中和水下模式的桨盘状态
Fig. 3 Rotor disc in aerial and aquatic modes

4 跨介巡航器机理建模

鉴于“同济飞鱼”跨介巡航器的特点，结合第2节相关技术的分析，任何单一技术手段都难以完成该类型巡航器的完整数学建模。针对跨介巡航器整机运动建模，水下实验条件尚不充足，拖曳实验等工作难以开展。因此，结合机理建模，对其参数分类处理，一些几何结构参数可以利用实验测量手段获取，而与水动力相关的模型参数则需要采用CFD仿真计算得到。针对水空跨介推进单元，实验条件比较容易满足，因此，选择利用六轴力传感器对其产生的力和力矩进行测量，再结合实验辨识手段，可以完成推进单元动力学模型的建立，但为了简化模型，本文暂时只考虑了其稳态模型。综合上述结果，最终可得到“同济飞鱼”跨介巡航器的完整数学模型，但限于篇幅，本文主要讨论水下部分。

4.1 整机运动学建模

为了描述跨介巡航器的运动，本文建立了机体坐标系和地面坐标系，如图4所示。定义位置、速度向量：

$$p_e = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \phi = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \quad \eta_e = \begin{bmatrix} p_e \\ \phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$v_b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad \omega_b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} v_b \\ \omega_b \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中， x 、 y 、 z 为跨介巡航器质心位置； φ 、 θ 、 ψ 为其姿态欧拉角； u 、 v 、 w 为其机体系线速度分量； p 、 q 、 r 为其机体系角速度分量。

整机运动学模型可描述为

$$\dot{\eta}_e = J(\phi)v \quad (3)$$

$$J(\phi) = \begin{bmatrix} J_1(\phi) & 0 \\ 0 & J_2(\phi) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$J_1(\phi) = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$J_2(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & t_\theta s_\phi & t_\theta c_\phi \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi / c_\theta & c_\phi / c_\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, $c_* = \cos(*)$, $s_* = \sin(*)$, $t_* = \tan(*)$ 。

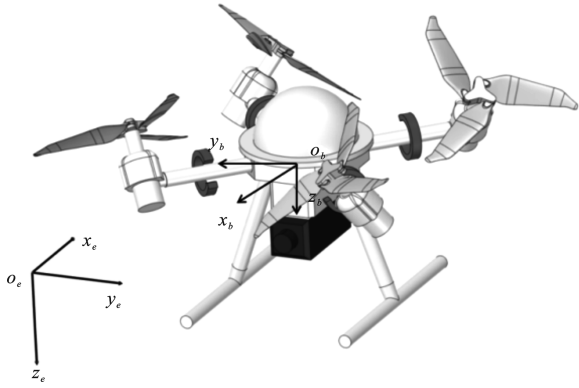


图 4 坐标系示意图
Fig. 4 Coordinate system definitions

4.2 整机动力学建模

通过分析跨介巡航器的受力情况, 结合文献[23]提出的模型结构, 整机动力学模型结构如下:

$$M_{RB} \dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_f + \tau_p \quad (7)$$

式中,

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & 0 \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mz_G & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ -mz_G & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C_{RB}(v) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(8)中, m 为载具质量; z_G 为重心的体轴位置; I_* 为转动惯量。

式(9)中,

$$C_{11} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (10)$$

$$C_{12} = m \begin{bmatrix} z_G r & w & -v \\ -w & z_G r & u \\ -(z_G p - v) & -(z_G p + u) & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C_{21} = -C_{12}^T \quad (12)$$

$$C_{22} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{zz} r & -I_{yy} q \\ I_{zz} r & I_{yy} & I_{xx} p \\ I_{yy} q & -I_{xx} p & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (13)$$

另外, 式(7)中, τ_f 为流体对载具产生的力和力矩:

$$\tau_f = M_A \dot{v} + C_A(v)v + D(v)v + \tau_r \quad (14)$$

式中, M_A 和 C_A 为附加质量效应:

$$M_A = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & X_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & Y_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{\dot{v}} & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ M_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中,

$$\begin{aligned} a_1 &= X_{\dot{u}} u + X_{\dot{q}} q, & b_1 &= Y_{\dot{p}} v + K_{\dot{p}} p \\ a_2 &= Y_{\dot{v}} v + Y_{\dot{p}} p, & b_2 &= X_{\dot{q}} u + M_{\dot{q}} q \\ a_3 &= Z_{\dot{w}} w, & b_3 &= N_{\dot{r}} r \end{aligned} \quad (17)$$

另外, 式(14)中的 $D(v)$ 为阻尼参数:

$$D(v) = -\text{diag}\{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6\} \quad (18)$$

式中,

$$\begin{aligned} d_1 &= X_u + X_{u|u}|u|, & d_2 &= Y_v + Y_{v|v}|v| \\ d_3 &= Z_w + Z_{w|w}|w|, & d_4 &= K_p + K_{p|p}|p| \\ d_5 &= M_q + M_{q|q}|q|, & d_6 &= N_r + N_{r|r}|r| \end{aligned} \quad (19)$$

式(14)中, τ_r 为恢复力和力矩:

$$\tau_r = \begin{bmatrix} (W - B)s_\theta \\ -(W - B)c_\theta s_\phi \\ -(W - B)c_\theta c_\phi \\ (z_G W - z_B B)c_\theta s_\phi \\ (z_G W - z_B B)s_\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中, z_B 为浮心体轴位置。机械设计中使得浮力中心位于重心正上方, 因此, $x_B = 0$, $y_B = 0$ 。 W 和 B

分别为重力和浮力:

$$W = mg \quad (21)$$

$$B = \rho g V \quad (22)$$

式中, V 为跨介巡航器排水体积。

4.3 推进系统建模

由于“同济飞鱼”机臂可倾转, 本文建立推进单元坐标系, 如图 5 所示, 并假设逆时针旋转为正向。

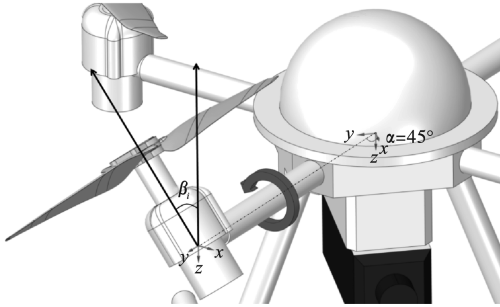


图 5 推进单元坐标系定义

Fig. 5 Coordinate system definition of AAPU

推进系统力学方程可描述如下:

$$\tau_p = [T_x, T_y, T_z, M_x, M_y, M_z]^T \quad (23)$$

$$T_x = \frac{\sqrt{2}}{2} (-T_1 s_{\beta_1} + T_2 s_{\beta_2} + T_3 s_{\beta_3} - T_4 s_{\beta_4}) \quad (24)$$

$$T_y = \frac{\sqrt{2}}{2} (T_1 s_{\beta_1} - T_2 s_{\beta_2} + T_3 s_{\beta_3} - T_4 s_{\beta_4}) \quad (25)$$

$$T_z = -T_1 c_{\beta_1} - T_2 c_{\beta_2} - T_3 c_{\beta_3} - T_4 c_{\beta_4} \quad (26)$$

$$M_x = \frac{\sqrt{2}}{2} L (-T_1 c_{\beta_1} + T_2 c_{\beta_2} + T_3 c_{\beta_3} - T_4 c_{\beta_4}) + \frac{\sqrt{2}}{2} (-Q_1 s_{\beta_1} + Q_2 s_{\beta_2} - Q_3 s_{\beta_3} + Q_4 s_{\beta_4}) \quad (27)$$

$$M_y = \frac{\sqrt{2}}{2} L (T_1 c_{\beta_1} - T_2 c_{\beta_2} + T_3 c_{\beta_3} - T_4 c_{\beta_4}) + \frac{\sqrt{2}}{2} (Q_1 s_{\beta_1} - Q_2 s_{\beta_2} - Q_3 s_{\beta_3} + Q_4 s_{\beta_4}) \quad (28)$$

$$M_z = L (T_1 s_{\beta_1} + T_2 s_{\beta_2} + T_3 s_{\beta_3} + T_4 s_{\beta_4}) - Q_1 c_{\beta_1} - Q_2 c_{\beta_2} + Q_3 c_{\beta_3} + Q_4 c_{\beta_4} \quad (29)$$

式中, τ_p 为推进系统产生的力和力矩; T_i 和 Q_i ($i=1, 2, 3, 4$) 分别为每个推进单元产生的推力和反扭矩。其中, 推进单元力学模型如下:

$$T_i = K_{t1} \omega_i^2 + K_{t2} \omega_i + K_{t3} \quad (30)$$

$$Q_i = K_{q1} \omega_i^2 + K_{q2} \omega_i + K_{q3} \quad (31)$$

式中, ω_i 为第 i 个旋翼转速; K_{t1} 、 K_{t2} 和 K_{t3} 为推

力系数; K_{q1} 、 K_{q2} 和 K_{q3} 为扭矩系数。在空中和水下, 由于介质不同, 这些系数会有很大不同。

$$K_{ti} = \begin{cases} K_{ti}, & z \leq z_w \\ K_{ti}, & z > z_w \end{cases} \quad (32)$$

$$K_{qi} = \begin{cases} K_{qi}, & z \leq z_w \\ K_{qi}, & z > z_w \end{cases} \quad (33)$$

式中, z_w 为水面位置。

5 实验辨识与数值模拟

机理建模结果中有大量的模型参数待定, 可以分类处理。针对一些与几何结构相关的参数, 包括质量、转动惯量、重心位置等, 可以通过简单办法直接测量得到。比如, 采用常用的悬线摆法可以测出转动惯量, 采用悬挂实验可以测出重心位置, 或者也可以通过 Solidworks 之类的机械设计软件计算得出。由于跨介巡航器水下恢复力和力矩对载具姿态稳定性影响较大, 因此, 浮心位置尤其重要。在整体结构设计过程中, 也可以通过机械设计软件计算得到, 或者采用一些实验方法测量。实际设计中通过配重, 常常设计浮心位于重心正上方, 以便形成水中姿态的恢复力矩。其余参数则可能需要通过实验辨识或者 CFD 数值模拟方法获取。

5.1 推进单元参数辨识

在推进装置建模的相关研究中, 广泛采用实验辨识方法。在这种方法中, 随时间变化的输入信号被输入到推进装置, 并记录相应的输出力和力矩变化, 记录的数据用于辨识工作。同样的方法也适用于水空跨介质推进单元。目前阶段的建模工作目标是建立推进单元水下、空中 2 种模态的稳态模型。本文设计的辨识实验系统如图 6 所示。

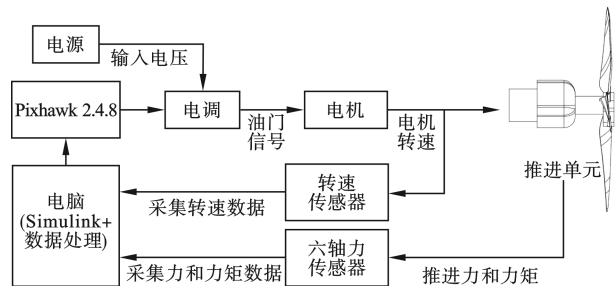


图 6 推进单元辨识实验系统

Fig. 6 Propulsion unit identification experiment

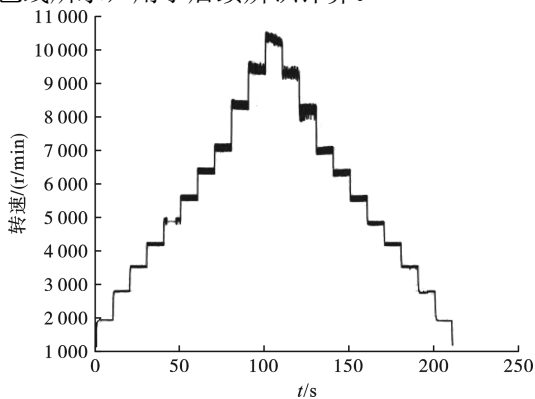
图 6 中, Simulink 用于生成台阶信号, 结合 Pixhawk 转换为 PWM 信号, 送入电调, 实现对推进单元油门的操纵。为避免实验中出现较大的振动, PWM 最大值设置为上限的 70%。实验中使用的部件见表 1。转速传感器的采样率为 50 Hz, 力和力矩

传感器的采样率为 1 000 Hz。采集的数据包括空中和水下推进单元的转速、推力和反扭矩。

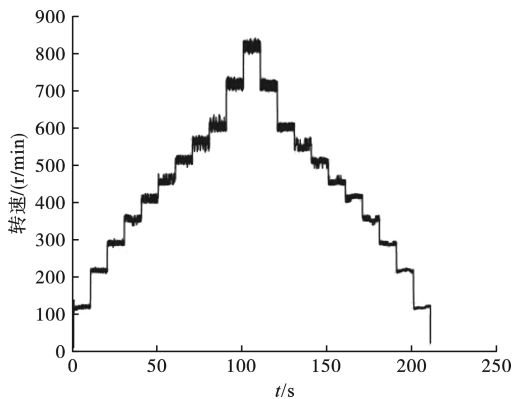
表 1 实验设备表
Tab. 1 Experiment instruments

部件名称	部件型号
桨叶	DJI9455
电机	Tmotor AT2312
电调	FOXXER 45A
转速传感器	HOBBYWING RPM sensor
力传感器	六轴力传感器
油门信号操纵器	Pixhawk 2.4.8

推进单元转速数据如图 7 所示。空中推力和反扭矩数据如图 8 所示。水下推力和反扭矩数据如图 9 所示。转速数据的波动并不严重, 而推力和反扭矩数据包含了过多的噪声, 参见图 8 和图 9 中的蓝色线。为了消除设备的低频振动和测量噪声, 在推力和反扭矩数据处理中应用通带频率为 10 Hz、阻带频率为 40 Hz 的带通滤波器。空中和水下数据处理采用相同的滤波器, 滤波后数据如图 8 和图 9 中的红色线所示, 用于后续辨识计算。



(a) 空中模式桨叶转速
(a) Aerial mode propeller rotation speed

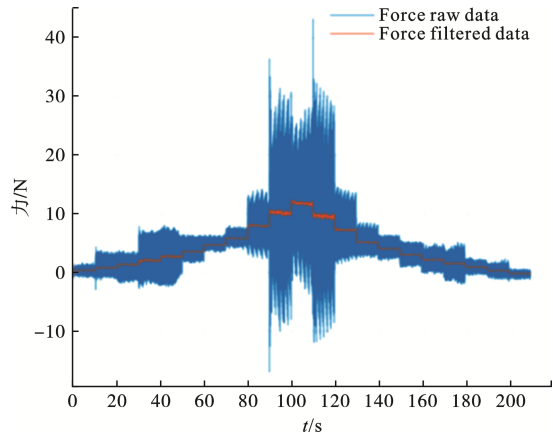


(b) 水下模式桨叶转速
(b) Aquatic mode propeller rotation speed

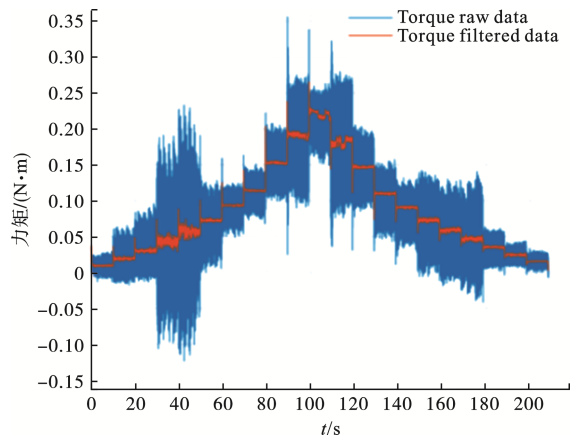
图 7 推进单元转速数据

Fig. 7 Rotational speed data of propulsion unit

在参数计算部分, 根据收集的数据计算式(30)和式(31)中的参数。由于电机特性, 油门升降过程中产生的推力和反扭矩会有偏差。这种现象在辨识实验中比较明显。因此, 在计算过程中, 油门上升和下降数据都被考虑在内。计算中使用 MATLAB Ployfit 函数。



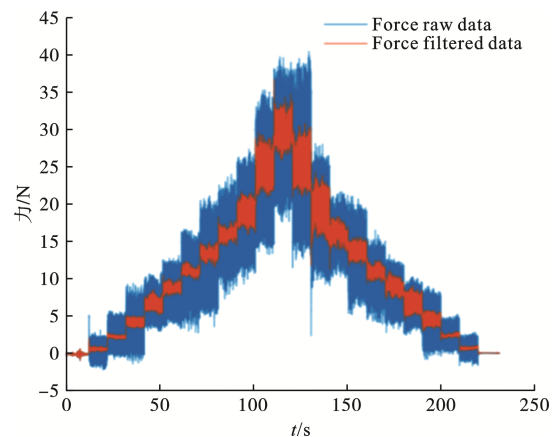
(a) 空中模式推力采集数据与滤波数据
(a) Aerial mode thrust raw data and filter data



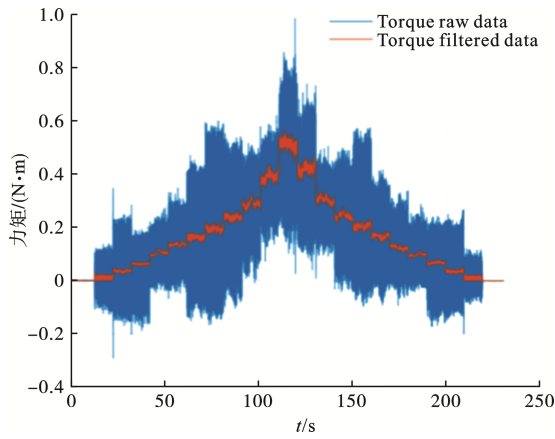
(b) 空中模式力矩采集数据与滤波数据
(b) Aerial mode torque raw data and filter data

图 8 空中推力和反扭矩数据

Fig. 8 Thrust and anti-torque data in aerial mode



(a) 水下模式推力采集数据与滤波数据
(a) Aquatic mode thrust raw data and filtered data



(b) 水下模式力矩采集数据与滤波数据
(b) Aquatic mode torque raw data and filtered data

图 9 水下推力和反扭矩数据

Fig. 9 Thrust and anti-torque data in aquatic mode

建立的推进单元拟合模型与实验数据的对比如图 10 至图 13 所示。

为了进一步评估建模的准确性，本文需要一种定量的评估方法。为此选择模拟结果的平均绝对百分比误差(MAPE)，如下：

$$MAPE = \frac{100\%}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_{o_i} - y_i}{y_i} \right| \quad (34)$$

式中， y_{o_i} 为稳态数据； y_i 为模拟结果； N 为集合中的数据点个数。

MAPE 计算结果见表 2，模型预测与实验数据的最大差距为 12.61%。

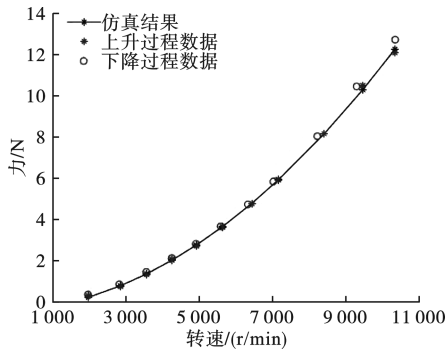


图 10 空中推力数据拟合结果
Fig. 10 Data fitting results of aerial thrust model

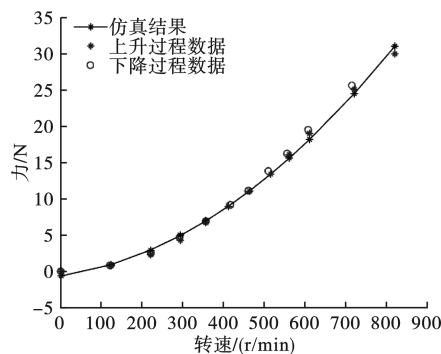


图 11 水下推力数据拟合结果
Fig. 11 Data fitting results of aquatic thrust model

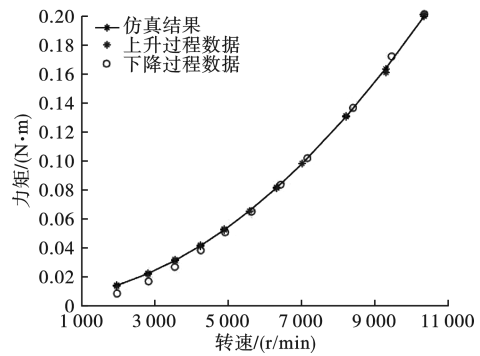


图 12 空中反扭矩数据拟合结果
Fig. 12 Data fitting results of aerial anti-torque model

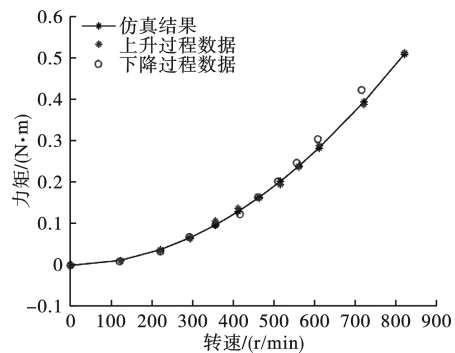


图 13 水下反扭矩数据拟合结果
Fig. 13 Data fitting results of aquatic anti-torque model

表 2 MAPE 计算结果
Tab. 2 MAPE calculation results

	油门上升	油门下降
空中推力/%	8.49	12.61
水下推力/%	5.38	5.21
空中反扭矩/%	5.87	4.46
水下反扭矩/%	4.19	4.79

5.2 水动力数值模拟

如第 4 节所示，跨介巡航器数学模型中包含流体力学相关参数。为了降低模型复杂度，本文忽略了空中的阻尼和附加质量参数，只考虑水动力相关参数。因此，本节所有计算仅针对水下环境。考虑到水动力学和巡航器形状的复杂性，本文认为 CFD 是现阶段最适合的建模工具。

本文针对稳态的平移运动和旋转运动进行了水动力数值仿真。假设阻尼效应在六自由度运动的各个方向上是解耦的，设置的速度方向包括沿机体系三轴的直线运动以及横滚、俯仰、偏航的机体旋转运动^[30]。在阻尼计算中，为了排除附加质量的影响，设置为匀速运动状态。所需要进行的 CFD 计算步骤主要包括 5 部分。

步骤 1 建立简化几何模型：为了减少计算量，在完整几何模型的基础上进行简化，移除不重要的

几何结构。

步骤 2 建立计算域：设置外围的流体域以及跨介巡航器与流体域的相对位置，以 x 轴正向运动和俯仰运动为例，划分的计算域如图 14 和图 15 所示。为了避免计算域壁面对流场的影响，立方体计算域的边长需要足够大，将其设置为 15 m。边界条件如图 14 和图 15 所示，设置进出口为速度入口和压力出口。

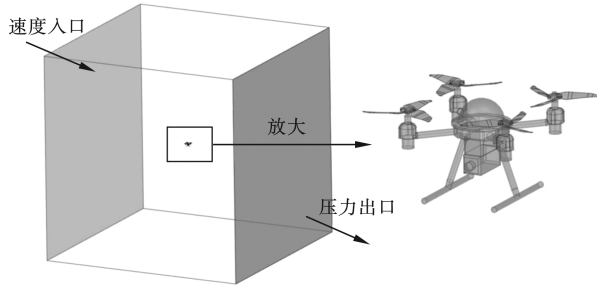


图 14 平移运动的计算域划分
Fig. 14 Computational domain of surge motion

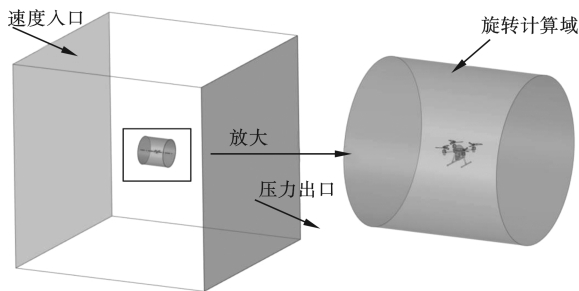


图 15 俯仰运动的计算域划分
Fig. 15 Computational domain of pitch motion.

步骤 3 网格划分：在建立计算域后，要进行网格划分。首先进行面网格划分，以此作为体网格的尺寸基础。桨叶部分面网格局部加密如图16所示，对于重点关注的几何部位（如桨叶）要进行网格局部加密以提高计算准确度。生成的跨介巡航器体网格如图17和图18所示。

步骤 4 求解器设置：合理设置流体域参数对于 CFD 计算至关重要，包括流体模型设置、流体属性设置、交界面设置、进出口流体状态设置等。

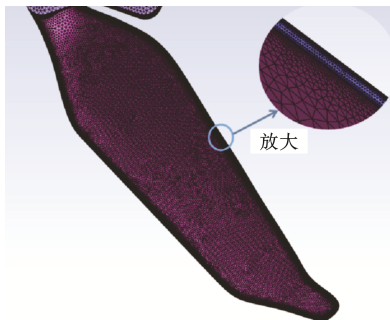


图 16 桨叶部分面网格局部加密
Fig. 16 Surface mesh local refinement of blade edges

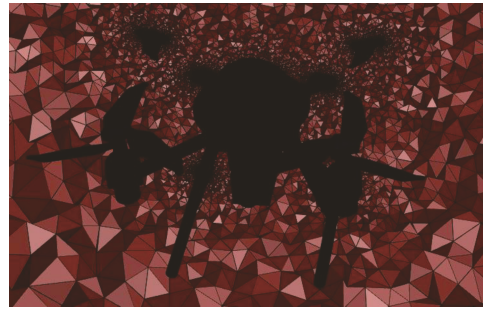


图 17 平移运动体网格
Fig. 17 Volume mesh of translational case

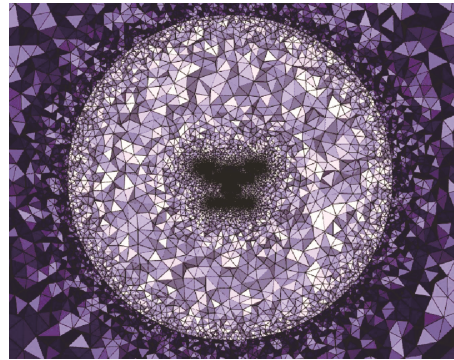


图 18 俯仰运动体网格
Fig. 18 Volume mesh of pitch case

步骤 5 迭代计算：跨介巡航器的 CFD 计算结果包括所受阻尼力和力矩的数值解以及速度、压力云图。其中，数值结果见表 3 和表 4。

表 3 平移运动阻尼力 CFD 计算结果
Tab. 3 Damping force CFD results of translational motion

速度/(m/s)	纵荡	横荡	垂荡
0.25	0.596	0.785	1.640
0.50	2.268	3.018	6.500
0.75	4.943	6.708	14.503
1.00	8.681	11.823	25.651
1.25	13.445	18.396	39.940
1.50	19.280	26.314	57.488
1.75	26.202	35.749	78.096
2.00	34.318	46.284	101.799

表 4 旋转运动阻尼力矩 CFD 计算结果
Tab. 4 Damping torque CFD results of rotational motion

角速度/(°/s)	俯仰	滚转	偏航
10	0.002 0	0.002 6	0.001 7
20	0.007 9	0.010 2	0.006 0
30	0.017 7	0.022 7	0.012 6
40	0.031 5	0.039 8	0.021 3
50	0.049 2	0.061 8	0.032 0
60	0.070 7	0.088 6	0.044 1
70	0.095 6	0.119 9	0.058 3
80	0.124 5	0.156 4	0.075 6
90	0.157 9	0.197 7	0.093 8

根据这些数值解,可以对式(19)中的参数进行计算,计算结果拟合后如图 19 和图 20 所示。

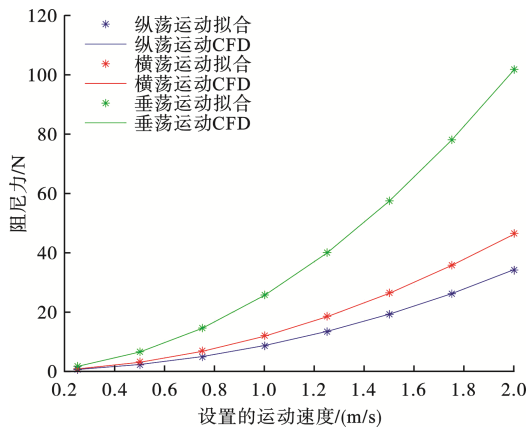


图 19 平移运动 CFD 数据拟合

Fig. 19 CFD data fitting of translational motion

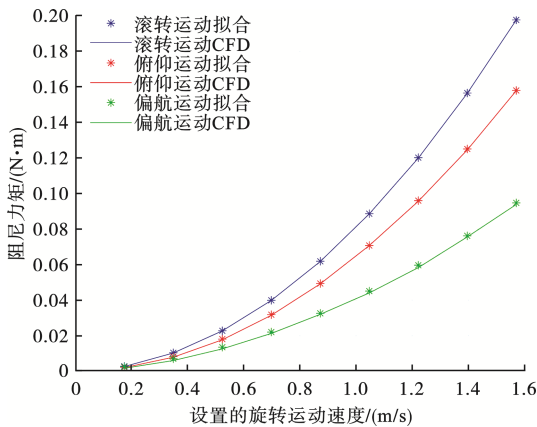


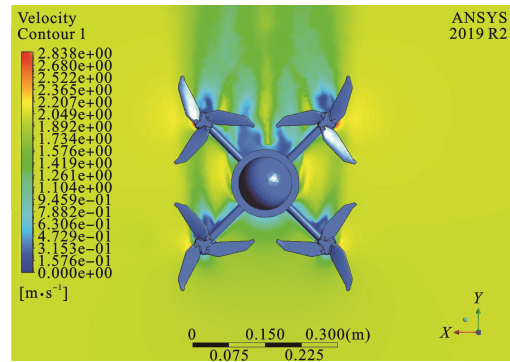
图 20 旋转运动 CFD 数据拟合

Fig. 20 CFD data fitting of rotational motion

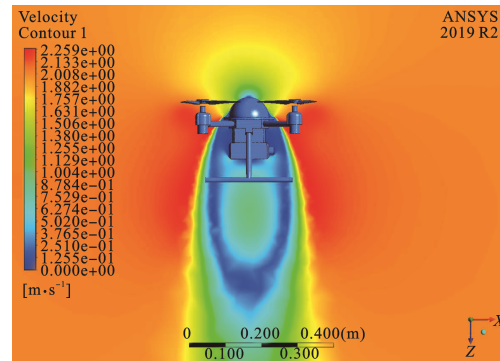
类似地,参考文献[31]也可进行 CFD 瞬态计算。具体流程与上述基本一致,区别在于要在设置的载具运动中引入加速度,从而可以确定出式(14)中的附加质量参数,结果如下:

$$M_A = \begin{bmatrix} 0.966 & 0 & 0 & 0 & 0.012 & 0 \\ 0 & 1.424 & 0 & 0.042 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.131 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.042 & 0 & 0.008 & 0 & 0 \\ 0.012 & 0 & 0 & 0 & 0.005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.010 \end{bmatrix} \quad (35)$$

除了上述数值结果,CFD 也可以给出载具周围流场图示,以便于总揽全局、直观受力分析,为后续机体设计优化以及模型不确定性分析奠定基础。周围流场的速度云图如图 21 和图 22 所示,压力云图如图 23 和图 24 所示,由于横荡与纵荡类似、横滚与俯仰类似,所以略去。

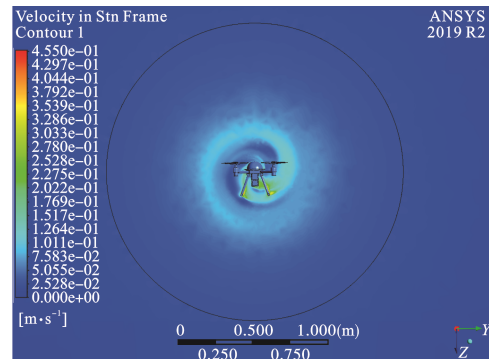


(a) 纵荡速度云图
(a) Velocity map of surge motions

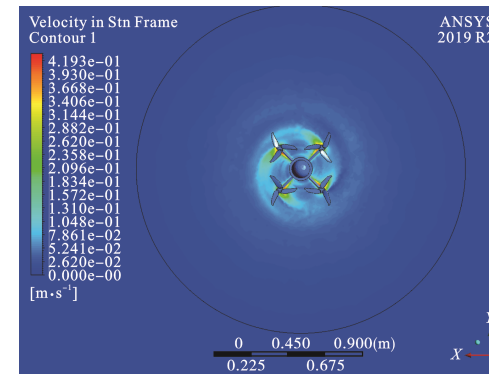


(b) 垂荡速度云图
(b) Velocity map of heave motions

图 21 纵荡和垂荡运动流场速度云图
Fig. 21 Velocity map of flow field for surge and heave

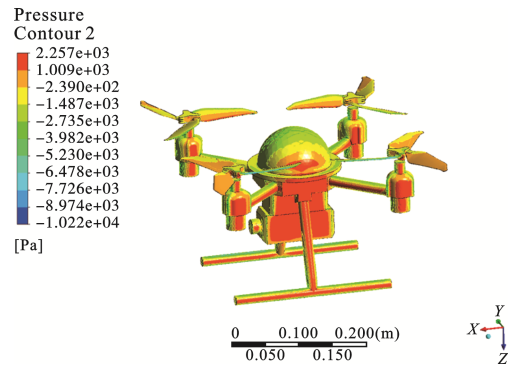


(a) 俯仰速度云图
(a) Velocity map of pitch motions

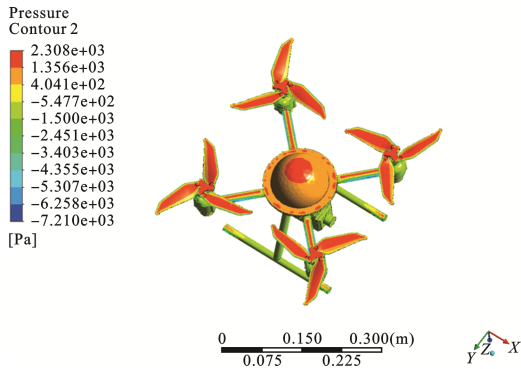


(b) 偏航速度云图
(b) Velocity map of yaw motions

图 22 俯仰和偏航运动流场速度云图
Fig. 22 Velocity map of flow field for pitch and yaw



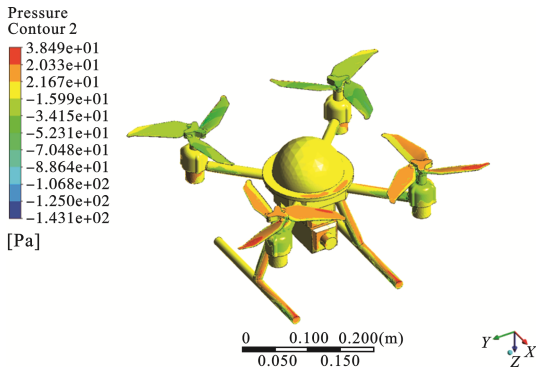
(a) 纵荡压力云图
(a) Pressure map of surge motions



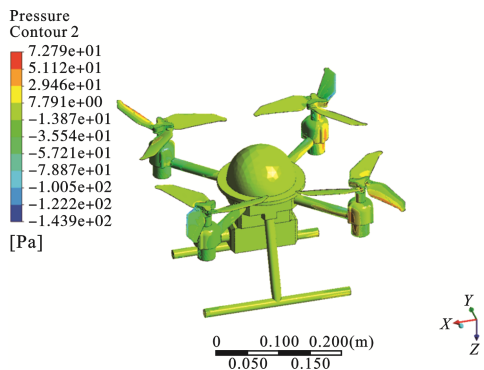
(b) 垂荡压力云图
(b) Pressure map of heave motions

图 23 纵荡和垂荡运动流场压力云图

Fig. 23 Pressure map of flow field for surge and heave



(a) 俯仰压力云图
(a) Pressure map of pitch motions



(b) 偏航压力云图
(b) Pressure map of yaw motions

图 24 俯仰和偏航运动流场压力云图

Fig. 24 Pressure map of flow field for pitch and yaw

6 结 论

本文通过综合运用机理分析、参数辨识和 CFD 计算这 3 种手段, 建立了带有机臂倾转机构的跨介巡航器动力学模型, 确定了全部模型参数, 初步完成了“同济飞鱼”跨介巡航器的建模工作。

在后续的工作中, 将会以提高模型精确度为目标, 对模型及其参数进行验证和修正。此外, 基于建立的数学模型, 将开展相关控制设计及仿真工作, 以最终实现跨介巡航器的全自动控制。另外, 本文将继续推进 CFD 水动力仿真工作, 并开展跨介巡航器的布局优化和外形优化工作, 提高跨介巡航器的整体性能。

参考文献(References)

- [1] TAN Y H, CHEN B M. Survey on the development of aerial-aquatic hybrid vehicles[J]. Unmanned Systems, 2021, 9(3): 263-282.
- [2] LU D, XIONG C, ZHOU H, et al. Design, fabrication, and characterization of a multimodal hybrid aerial underwater vehicle[J]. Ocean Engineering, 2021, 219: 108324.
- [3] ALZUBI H, MANSOUR I, RAWASHDEH O. Loon copter: implementation of a hybrid unmanned aquatic-aerial quadcopter with active buoyancy control[J]. Journal of Field Robotics, 2018, 35(5): 764-778.
- [4] TAN Y H, CHEN B M. A morphable aerial-aquatic quadrotor with coupled symmetric thrust vectoring[C]. Paris: IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2020.
- [5] TAN Y H, CHEN B M. Thruster allocation and mapping of aerial and aquatic modes for a morphable multimodal quadrotor[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2020, 25(4): 2065-2074.
- [6] LIU X, DOU M, HUANG D, et al. TJ-FlyingFish: design and implementation of an aerial-aquatic quadrotor with tiltable propulsion units[C]. London: IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2023.
- [7] WEISLER W, STEWART W, ANDERSON B, et al. Testing and characterization of a fixed wing cross-domain unmanned vehicle operating in aerial and underwater environments[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2017, 43(4): 969-982.
- [8] ZHOU H, FU J, LIU C, et al. Dynamic modeling and endurance enhancement analysis of deep-sea gliders with a hybrid buoyancy regulating system[J]. Ocean Engineering, 2020, 217: 108146.
- [9] WEI T, LU D, ZENG Z, et al. Trans-media kinematic stability analysis for hybrid unmanned aerial underwater vehicle[J]. Journal of Marine Science and Engineering, 2022, 10(2): 275.
- [10] LYU C, LU D, XIONG C, et al. Toward a gliding hybrid aerial underwater vehicle: design, fabrication, and experiments[J]. Journal of Field Robotics, 2022, 39(5): 543-556.
- [11] RAVELL D A M, MAIA M M, DIEZ F J. Modeling and control of unmanned aerial/underwater vehicles using hybrid control[J]. Control Engineering Practice, 2018, 76: 112-122.
- [12] ALZUBI H M A Q. Loon Copter: modeling, implementation, and stability control of a fully-featured aquatic-aerial quadcopter[D]. Rochester: Oakland University, 2018.
- [13] TAN Y H, CHEN B M. Underwater stability of a morphable aerial-aquatic quadrotor with variable thruster angles[C]. Xi'an: IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2021.

- [14] TAN Y H, CHEN B M. Motor-propeller matching of aerial propulsion systems for direct aerial-aquatic operation[C]. Macau: IEEE/RISJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2019.
- [15] ANDERSON J D, WENDT J. Computational fluid dynamics[M]. New York: McGraw-Hill, 1995.
- [16] YOERGER D R, COOKE J G, SLOTINE J. The influence of thruster dynamics on underwater vehicle behavior and their incorporation into control system design[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1990, 15(3): 167-178.
- [17] BOEHM J, BERKENPAS E, SHEPARD C, et al. Tracking performance of model-based thruster control of a remotely operated underwater vehicle[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2020, 46(2): 389-401.
- [18] BACHMAYER R, WHITCOMB L L, GROSENBAUGH M A. An accurate four-quadrant nonlinear dynamical model for marine thrusters: theory and experimental validation[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2000, 25(1): 146-159.
- [19] WHITCOMB L L, YOERGER D R. Preliminary experiments in model-based thruster control for underwater vehicle positioning[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1999, 24(4): 495-506.
- [20] WHITCOMB L L, YOERGER D R. Development, comparison, and preliminary experimental validation of nonlinear dynamic thruster models[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1999, 24(4): 481-494.
- [21] FOSSEN T I, BLANKE M. Nonlinear output feedback control of underwater vehicle propellers using feedback from estimated axial flow velocity[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2000, 25(2): 241-255.
- [22] BOEHM J, BERKENPAS E, SHEPARD C, et al. Tracking performance of model-based thruster control of a remotely operated underwater vehicle[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2020, 46(2): 389-401.
- [23] FOSSEN T I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control[M]. Chichester: John Wiley & Sons, 2011.
- [24] NOMOTO M, HATTORI M. A deep ROV DOLPHIN 3K: design and performance analysis[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1986, 11(3): 373-391.
- [25] PARK J, KIM N, SHIN Y. Experimental study on hydrodynamic coefficients for high-incidence-angle maneuver of a submarine[J]. International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 2017, 9(1): 100-113.
- [26] AVILA J P, DONHA D C, ADAMOWSKI J C. Experimental model identification of open-frame underwater vehicles[J]. Ocean Engineering, 2013, 60: 81-94.
- [27] KARRAS G C, MARANTOS P, BECHLIOLIS C P, et al. Unsupervised online system identification for underwater robotic vehicles[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2018, 44(3): 642-663.
- [28] JI D, WANG R, ZHAI Y, et al. Dynamic modeling of quadrotor AUV using a novel CFD simulation[J]. Ocean Engineering, 2021, 237: 109651.
- [29] YANG R, CLEMENT B, MANSOUR A, et al. Modeling of a complex-shaped underwater vehicle[C]. Espinho: IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions (ICARSC), 2014.
- [30] 杨磊, 曹建军, 姚宝恒, 等. 水下滑翔机附加质量数值计算[J]. 舰船科学技术, 2016, 38(12): 116-120, 134.
YANG L, CAO J J, YAO B H, et al. Numerical method for added mass of an underwater glider[J]. Ship Science and Technology, 2016, 38(12): 116-120, 134.
- [31] MOELYADI M A, RISWANDI B B. CFD based added mass prediction in cruise condition of underwater vehicle dynamic[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2018, 1005: 12011.