

静态输出反馈下的干扰解耦

Disturbance Decoupling Problem with Static Output Feedback

1. 问题的描述

考虑一般的线性系统

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ew \\ y = C_1x + D_{11}u + D_{12}w \\ z = C_2x + D_2u + D_{22}w \end{cases} \quad (1)$$

式中, x 是状态变量; u 是控制输入变量; w 是外部干扰输入; y 是测量输出变量; z 是系统的被控输出。不失一般性, 我们假设 $D_{11}=0$, 并用 Σ_P 和 Σ_Q 分别表示由矩阵四元组 (A, B, C_2, D_2) 和 (A, B, C_1, D_1) 所表征的子系统。

所谓静态输出反馈下的干扰解耦问题, 就是寻找一个静态测量反馈控制律

$$u = Ky \quad (2)$$

当它用来控制系统(1)时, 所得到的从干扰输入 w 到被控输出 z 的闭环传递函数恒等于零, 即

$$(C_2 + D_2KC_1)(sI - A - BKC_1)^{-1}(E + BKD_1) + D_{22} + D_2KD_1 \equiv 0 \quad (3)$$

如果要求闭环系统是稳定的, 也就是要求 $A + BKC_1$ 的特征值都在左半复平面上, 所对应的问题则称之为内部稳定静态输出反馈下的干扰解耦。

2. 问题的研究动机和历史

干扰解耦问题在过去四十多年里已经被广泛研究过, 这项研究实际上推动了系统理论几何方法的发展, 它也在一系列控制问题的研究中, 如分散控制、无交互控制、模型参考跟踪控制、 H_2 优化控制和 H_∞ 控制等, 发挥了重要作用。干扰解耦问题可以归结为寻找一个静态的或动态的补偿控制器, 使得从干扰输入到被控输出的闭环传递函数在所有频率上都等于零, 也就是干扰输入对控制输出没有任何影响。

状态反馈下的干扰解耦问题已经由 Basile 和 Marro^[1] 及 Wonham 和 Morse^[2] 解决, 动态测量反馈下的干扰解耦问题已经由 Akashi 和 Imai^[3] 及 Schumacher^[4] 解决。最后, 状态反馈和内部稳定下的干扰解耦问题、动态测量反馈和内部稳定下的干扰解耦问题分别由 Morse 和 Wonham^[5]、Wonham 和 Morse^[2]、Imai 和 Akashi^[6]、Willems 和 Commault^[7] 解决。尽管如此, 对于一般系统的静态输出反馈下的干扰解耦问题, 无论是否要求内部稳定都还未被完整地解决。

3. 已有结果

对于给定系统(1), 当其子系统 Σ_P 是左可逆时, 无稳定性要求的静态输出反馈下的干扰解耦问题已经被文献[8]完整解决了。同时, 文献[8]的结果还可以用来解决当子系统 Σ_Q 是右可逆的情况。在这两种情况下, 我们都可以显式地得到所有的解, 并且可以用所得到的解来解决内部稳定静态输出反馈下的干扰解耦问题。近来, 文献[9]将结果扩展到其他更广的系统中去。利用一些线性系统的结构分解技术, 文献[9]提出一系列步骤将原问题转化为降阶系统的等价问题, 这些降阶系统的动态阶数一般比原系统要小很多, 如果这些降阶系统中从控制输入到被控输出及从干扰输入到测量输出的相应子系统分别是左和(或)右可逆的, 原系统的静态输出反馈下的干扰解耦问题则可用文献[8]中的结果来完整地解决。

然而, 对于更一般的系统, 到目前为止, 静态输出反馈下的干扰解耦问题尚未有完美的答案。

参 考 文 献

- [1] Basile G, Marro G. Controlled and conditioned invariant subspaces in linear system theory. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1968, 3: 306—315.
- [2] Wonham W M, Morse A S. Decoupling and pole assignment in linear multivariable systems: A geometric approach. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1970, 8: 1—18.
- [3] Akashi H, Imai H. Disturbance localization and output deadbeat control through an observer in discrete-time linear multivariable systems. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1979, 24: 621—627.
- [4] Schumacher J M. Compensator synthesis using (C, A, B) pairs. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1980, 25: 1133—1138.
- [5] Morse S, Wonham W M. Decoupling and pole assignment by dynamic compensation. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1970, 8: 317—337.
- [6] Imai H, Akashi H. Disturbance localization and pole shifting by dynamic compensation. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1981, 26: 226—235.
- [7] Willems J C, Commault C. Disturbance decoupling by measurement feedback with stability or pole-placement. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1981, 19: 490—504.
- [8] Chen B M. Solvability conditions for disturbance decoupling problems with static measurement feedback. *International Journal of Control*, 1997, 68: 51—60.
- [9] Chen B M, Mareels I M Y, Zheng Y, et al. Solutions to disturbance decoupling problem with constant measurement feedback for linear systems. *Automatica*, 2000, 36: 1717—1724.

撰稿人: 陈本美

新加坡国立大学电子与计算机工程系